

Algebra II
6. Übungsblatt

Aufgabe 1:

Bestimme den Ring R der ganzen Zahlen von $\mathbb{Q}(\alpha)$, wobei $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$. Berechne die Diskriminante von R über \mathbb{Z} und die Klassenzahl $h_{\mathbb{Q}(\alpha)}$.

Aufgabe 2:

Bestimme die Klassenzahl von

- a) $\mathbb{Q}(\sqrt{-6})$,
- b) $\mathbb{Q}(\sqrt{-14})$.

Aufgabe 3:

Zeige, dass die Klassengruppe von $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-26})$ isomorph ist zu $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

Tipp: Betrachte die Primidealzerlegungen von 2, 3 und 5. Beachte, dass $N_{K/\mathbb{Q}}(2 - \sqrt{-26}) = 30$.

Aufgabe 4:

Sei $K = \mathbb{Q}(\sqrt{a}, \sqrt{b})$ eine Körpererweiterung vom Grad 4 über \mathbb{Q} . Zeige, dass die Mächtigkeit von μ_K gleich 2, 4, 6, 8 oder 12 ist, und dass alle diese Werte auch auftreten können.

Abgabe: Montag, 28. November 2016.