Prof. Dr. M. Rapoport
Dr. J. Ludwig

WS 2016/17

Algebra II

1. Übungsblatt

Aufgabe 1:

a) Seien R ein Dedekindring, $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ Ideale von R. Zeige: Gilt $\mathfrak{a}^n = \mathfrak{b}^n$, für ein $n \geq 1$, so ist bereits $\mathfrak{a} = \mathfrak{b}$.

b) Der Ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ ist ein Dedekindring. Zerlege das Ideal (6) in diesem Ring in Primideale. Wie lässt sich dann die Zerlegung $6 = 2 \cdot 3 = (1 + \sqrt{-5})(1 - \sqrt{-5})$ interpretieren?

Aufgabe 2:

Ein Dedekindring ist genau dann faktoriell, wenn er ein Hauptidealring ist.

Aufgabe 3:

a) Sei p eine Primzahl. Zeige, dass die Lokalisierung $\mathbb{Z}_{(p)}$ von $\mathbb{Z}$ in (p) ein diskreter Bewertungsring ist.

b) Bestimme alle Unterringe von $\mathbb{Q}$, die diskrete Bewertungsringe sind.

Aufgabe 4:

Sei K ein Zahlkörper. Eine *Ordnung* in K ist definiert als Unterring $R \subset K$, der als abelsche Gruppe endlich erzeugt ist und sodass $\mathbb{Q} \cdot R = K$ gilt. Zeige, dass der Ring $\mathcal{O}$ der ganzen Zahlen von K die eindeutige maximale Ordnung in K ist.

Abgabe: Montag, 24. Oktober 2016.