Prof. Dr. Michael Rapoport
Priv.-Doz. Dr. Ulrich Görtz **WS 2006/07**

Seminar zur Vorlesung über Periodenbereiche

Blatt 17, Vorträge am 11.01.2007

Aufgabe 43

Beweise den Satz von Tannaka ([Sp] Thm. 2.5.3).

Aufgabe 44

Seien k ein algebraisch abgeschlossener Körper, G eine zusammenhängende reduktive lineare algebraische Gruppe über k, $T \subseteq B \subseteq G$ ein maximaler Torus und eine Borel-Untergruppe. Sei $\chi \in X^*(T)$ ein Charakter. Wir definieren das äquivariante Geradenbündel zu χ durch

$$L(\chi) = G \times^B V,$$

wobei V ein eindimensionaler k-Vektorraum sei, auf dem B durch $b.a = \chi(b)^{-1}a$ operiert. Erläutere die Definition von $L(\chi)$ und zeige im Fall $G = GL_n$: $\Gamma(\chi) := \Gamma(G/B, L(\chi))$ ist ein endlich-dimensionaler Vektorraum, der genau dann $\neq 0$ ist, wenn χ dominant ist.

Hinweis. Siehe [Sp] 8.5.7, Thm. 8.5.8. Für $G = GL_n$ genügt es im Beweis des Theorems, die Existenz der regulären Funktion f für χ von der Form $(1, \dots, 1, 0, \dots, 0) \in \mathbb{Z}^n = X^*(T)$ zu zeigen. Dann können wir für f die Abbildung verwenden, die jede Matrix $g \in GL_n$ auf einen geeigneten (von χ abhängigen) Minor von g abbildet.

Literatur

[Sp] T. Springer, *Linear algebraic groups*, Birkhäuser Progr. in Math. 9, 2. Aufl., 1998.