

## Übungsblatt 11

### Aufgabe 1

Berechne die folgenden beiden Integral mit Hilfe partieller Integration.

$$\int_0^{2\pi} x \sin(x) dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx.$$

### Aufgabe 2

a) Finde  $A, B$  und  $C$ , sodass

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}.$$

b) Bestimme das Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)(x+2)}.$$

### Aufgabe 3

Bestimme das Volumen des Kegels im  $\mathbb{R}^3$  mit Höhe  $h$  und Grundfläche von Radius  $R$ . (Tipp: Integriere die Kreisscheiben-Querschnittsfläche entlang der Höhe.)

### Aufgabe 4

Die Polarkoordinaten der Ebene

$$\varphi : [0, 2\pi) \times [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad \varphi(\theta, r) = r(\cos \theta, \sin \theta)$$

geben eine Parametrisierung, die in der Transformationsformel verwendet werden kann.

a) Bestimme den Volumenfaktor  $|\det(D\varphi)|(r, \theta)$ .

b) Die Einschränkung von  $\varphi$  auf das Rechteck  $[0, 2\pi) \times [0, R]$  gibt eine Parametrisierung der Kreisscheibe von Radius  $R$

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

Bestimme den Flächeninhalt dieser Scheibe unter Verwendung der Transformationsformel und  $\varphi$ .