Frankfurter Allgemeine Archiv

Frankfurter Allgemeine Zeitung, 13.06.2019, Nr. 135, S. 6

Wie Schulbücher für Mathematik die Ahnungslosigkeit fördern

Vorbereitungskurse für Studienanfänger in Mint-Fächern sollen retten, was in der Mittel- und Oberstufe versäumt wurde / Von Alfred Wagner

An vielen deutschen Universitäten gibt es für Studienanfänger der Mint-Fächer Vorkurse in Mathematik. Die Teilnahme an ihnen ist freiwillig. In vier Wochen bekommen angehende Ingenieure und Naturwissenschaftler eine kostenlose Auffrischung ihres Schulwissens angeboten. Damit soll der Übergang vom Gymnasium zur Hochschule erleichtert werden. Mit den Jahren fällt auf, dass man stofflich immer weiter ausholen muss, um die Zuhörer zu erreichen. Mathematische Grundbegriffe aus der Mittelstufe sind oft nur noch vom Hörensagen bekannt. Auch mathematisches Argumentieren ist kaum eingeübt.

Auf die Frage "Warum ist das denn richtig?" hört man nicht selten: "Das ist halt so" oder "Das steht so im Buch". Vor dem Hintergund, dass viele Studiengänge bis zu vier Semester Mathematik als Pflichtprogramm enthalten, machen solche Aussagen nervös. Welches Schulwissen kann man eigentlich als gesichert voraussetzen?

Grundlage für jedes Unterrichtsfach in der Schule sollten gut geschriebene Lehrwerke sein. Sie sollten als Mindeststandard die präzise Einführung von Grundbegriffen garantieren und in die Denkweise des Faches einführen. In Mathematik gibt es eine Vielzahl von Schulbüchern, die alle Jahrgangsstufen abdecken. Manche von ihnen sind schon seit den fünfziger Jahren auf dem Markt. Wechselnde Autorenteams verhelfen diesen Reihen seit vielen Jahren zu immer neuen Auflagen. Die oben beschriebenen Defizite heutiger Abiturienten machen neugierig, vor allem die Bände der mittleren Jahrgangsstufen einmal genauer anzuschauen. Als Beispiel dient eine Buchreihe, die zu den ältesten in Deutschland gehört. Das erste Erscheinungsbild der Bände ist ansprechend. Die Kapitel sind farbig gestaltet, und die Textblöcke sind durch viele Bilder aufgelockert. Zunächst sucht man natürlich nach den mathematischen Begriffen, die bei den Abiturienten so wenig verstanden wurden.

Man wird schnell stutzig. In einem Band für die 7. Jahrgangsstufe taucht das Wort "Definition" nur auf einer einzigen Seite auf, wenn man das Stichwortverzeichnis unberücksichtigt lässt. Dabei gäbe es gerade in diesem Band eine Menge zu definieren! Stattdessen versuchen die Autoren mathematische Begriffe durch eine riesige Zahl von Beispielen zu veranschaulichen und dadurch zu "erklären". Das wird nicht funktionieren.

Etwas überspitzt kann das mit folgender Situation verglichen werden: Sie fragen nach dem Begriff "Primzahl" und schlagen in einem Mathematikbuch nach. Im Buch finden sich folgende Antworten: "Zum Beispiel sind 1,2,3 und 5 Primzahlen." "Auch 11 und 13 sind ein Beispiel." "Ach ja, 199 ist auch noch ein Beispiel". Haben Sie jetzt verstanden, was eine Primzahl ist? In den Lehrwerken würden noch einige "Kompetenzaufgaben" folgen, um das Erlernte abzusichern. Was die Autoren bei dieser Vorgehensweise völlig übersehen: Ein Begriff ist immer mehr als die Summe seiner Beispiele. Die fatale Folge für Schüler: Sie lernen mit Begriffen umzugehen, die sie gar nicht verstanden haben.

Und wie wird das mathematische Argumentieren in den heutigen Auflagen eingeübt? Leider enttäuschen die Bücher auch hier. Zum Beispiel beim Thema "Ebene Geometrie". Eigentlich geht es um etwas sehr Einfaches: Man stelle sich ein Dreieck vor. Es gilt der folgende mathematische Satz der schon in Euklids Buch "Elemente" (3. Jahrhundert vor Christus) zu finden ist: Die Summe der Innenwinkel eines beliebigen Dreiecks beträgt immer 180 Grad.

Dieser Satz ist ein schönes Beispiel für die Universalität mathematischer Aussagen, wie wir sie in der Alltagswelt kaum kennen. Es gibt nämlich einen logischen Grund, warum die Aussage für alle Dreiecke gilt und es nicht ungefähr, sondern exakt 180 Grad sind. Man sollte dies Schülern nicht vorenthalten. Wie beweist Euklid diesen Satz? Er folgt einer Vorgehensweise, die seit 2000 Jahren immer weiter ausgebaut und verfeinert wurde. Er leitet das Ergebnis nämlich durch logische Schlussfolgerung her. Eine solche Argumentationskette nennt man Beweis. Da dies in diesem Beispiel besonders einfach ist, passt das Thema gut in die 7. Jahrgangsstufe.

Was machen die Autoren der heutigen Auflage daraus? Zu Beginn werden "Forschungsaufträge" vergeben. An dieser Stelle des Buchs ist noch gar nicht klar, worum es geht. Die Idee lautet, dass Schüler die Aussage Euklids selbst "entdecken" sollen. Das kann jeder mit Hilfe eines Geodreiecks versuchen, so lange er will. Schon die eigene Ungenauigkeit beim Messen verhindert es, auf das Ergebnis von Euklid zu kommen. Sieht so ein gelungener Forschungsauftrag aus? Um Missverständnisse zu vermeiden: Natürlich spricht nichts dagegen, mit dem Geodreieck zu experimentieren, Winkel zu messen und Zeichnungen anzufertigen. Das ist sogar ein typisches Vorgehen, um sich eine mathematische Aussage vorzustellen. Niemals aber kann mit solchen Methoden bewiesen werden, dass es sich um eine wahre Aussage handelt. Diesen Unterschied klarzumachen, vermeiden die Autoren in allen Bänden.

Überhaupt scheinen sie starke Vorbehalte gegen die Mathematik als exakte Wissenschaft zu haben. Mathematische Aussagen werden selten als solche gekennzeichnet. Vielmehr landen sie, wie viele andere Mitteilungen, in einem blauen "Infokasten", dessen Verbindlichkeit nicht klar ist. Es kann auch kein Zufall sein, dass das Wort Beweis sorgsam vermieden wird. Stattdessen wird erklärt, veranschaulicht und begründet. Es wird dem Leser die Einordnung überlassen. Ist die Aussage jetzt bewiesen oder nur plausibel?

In den Bänden für die höheren Jahrgangsstufen wird es nicht besser. Auch hierzu ein Beispiel aus der 8. Jahrgangsstufe: Eines der bekanntesten Ergebnisse in der Ebenen Geometrie ist die Aussage, dass das Verhältnis von Kreisumfang und Kreisdurchmesser für alle Kreise gleich ist. Auch dieser mathematische Satz war den Griechen schon bekannt. Sie führten das Symbol (Pi) ein, um diesem Verhältnis einen Namen zu geben.

Was machen die Autoren? Sie finden diese Universalität nicht einmal einen blauen "Infokasten" wert. Wie steht es mit einem Beweis dieser Aussage? Sie wird nicht bewiesen, obwohl der Beweis eigentlich ganz hübsch ist. Natürlich sind die Autoren frei, sich dafür zu entscheiden, ihn nicht zu führen. Das sagen sie aber nicht. Stattdessen erstellen sie eine Grafik und schreiben, dass sowohl die Universalität des Verhältnisses als auch der Wert von Pi aus diesem Bild abzulesen ist. Wie soll das gehen?

Spätestens hier fragt man sich, ob jemals ein Mathematiker diese Bücher gesehen hat. Welche Rolle spielen die Verlage und die Genehmigungsstellen in den Ministerien? Wie kann man Lehrer auf solche Werke festlegen? Vor allem aber, wie kann man Schülern den Eindruck vermitteln, sie hätten etwas verstanden, ohne dass dies der Fall ist?

Eine Studentin des ersten Semesters antwortete auf die Frage, wie sie denn mit den Mathematiklehrbüchern der Schule klargekommen sei: "Gar nicht." Sie habe sich jedes Wochenende den Stoff mit Hilfe des Internets neu erarbeitet und aufgeschrieben. Das Abitur hat sie dann mit der Note "Eins" bestanden.

Der Autor ist Mathematiker und als akademischer Oberrat an der RWTH Aachen tätig.