Prof. Dr. Catharina Stroppel
Dr. Stefan Schreieder Wintersemester 2016/17

Anwesenheitsaufgaben für die Tutorien der 2. Woche
Lineare Algebra 1

Aufgabe 1. Welche der folgenden Relationen $\sim$ auf der Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen ist eine Äquivalenzrelation? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

(a) $x \sim y \quad \Leftrightarrow \quad x \geq y$;

(b) $x \sim y \quad \Leftrightarrow \quad x$ und y sind ungerade;

(c) $x \sim y \quad \Leftrightarrow \quad x$ und y sind gerade;

(d) $x \sim y \quad \Leftrightarrow \quad x + y$ ist gerade.

Aufgabe 2. Betrachte die Menge $M = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$. Zeige, dass die Relation

$$R := \{((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \in M \times M \mid x_1 y_2 = y_1 x_2\}$$

eine Äquivalenzrelation auf $M \times M$ ist. Beschreibe die Menge der Äquivalenzklassen.

Aufgabe 3. Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe. Man zeige dass für alle $a, b, c \in G$ folgendes gilt:

(a) $a \circ b = a \circ c \quad \Rightarrow \quad b = c$;
$a \circ c = b \circ c \quad \Rightarrow \quad a = b$;

(b) $(a^{-1})^{-1} = a$;

(c) $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.

Aufgabe 4. Zeige, dass jede Gruppe der Ordnung 2 abelsch ist.

Aufgabe 5. Beschreibe das Gruppengesetz für $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ anhand von Verknüpfungstafeln.

Aufgabe 6. *Die Symmetriegruppe des gleichseitigen Dreiecks*
Man zeige, dass die Menge $\mathcal{S}$ aus Aufgabe 4 von Übungsblatt 1 eine Gruppe ist, wobei die Verknüpfung $\circ$ durch die Komposition von Abbildungen gegeben ist. Ist diese Gruppe abelsch?