

Seminar zur Vorlesung über Periodenbereiche

Blatt 7, Vortrag am 22.6.2006

Aufgabe 15

Das Ziel dieser Aufgabe ist zu zeigen, dass der Abschluss eines Harder-Narasimhan-Stratums im allgemeinen keine Vereinigung von HN-Strata ist. Dies wurde anhand eines Beispiels von S. Orlik in seiner Diplomarbeit [O] gezeigt—siehe Bemerkung 1.5.1.

Das Beispiel bezieht sich auf den Semistabilitätsbegriff in der Kategorie von Tripeln $(V, (V_i)_{i \in I}, \mathcal{F}^\bullet)$, wobei V ein Vektorraum über dem fixierten Körper k , $V = \bigoplus_{i \in I} V_i$ eine Zerlegung in eindimensionale Unterräume, und \mathcal{F}^\bullet eine \mathbb{Z} -Filtrierung von V ist. Testobjekte für Semistabilität sind die k -Untervektorräume $\bigoplus_{i \in J} V_i \subset V$, $\emptyset \neq J \subset I$.

Wir betrachten nun Beispiel 2.3.1, Fall I α (loc. cit., S. 39). Dazu fixieren wir einen vierdimensionalen k -Vektorraum V mit Zerlegung $V = \bigoplus_{i=1}^4 V_i$. Wir fixieren weiter

$$\alpha_1 = 4, \quad \alpha_2 = 2, \quad \alpha_3 = 1, \quad \alpha_4 = -7,$$

d. h. wir betrachten als Filtrierungen vollständige Flaggen mit Sprungstellen bei 4, 2, 1, -7 .

Der semi-stabile Ort ist $\{\mathcal{F}^\bullet; \mathcal{F}^3 \text{ enthält kein nichttriviales Unterobjekt}\}$, siehe loc. cit. S. 41. Eine Liste aller HN-Strata findet man auf S. 41–43, die HN-Polygone sind in dem Diagramm auf S. 44 gezeichnet.

Beschreibe die Strata 7a, 8a und 8b und die zugehörigen HN-Polygone, und den Abschluss des Stratums 8b. Erläutere anhanddessen die Bemerkungen 1.5.1 und 1.5.2.

Literatur

- [O] S. Orlik, *Semistabilität von gewichtet filtrierten Vektorräumen*, Diplomarbeit Wuppertal 1996.
<http://www.math.uni-bonn.de/people/ugoertz/SemPeriodenbereiche.html>